Алгоритм расчета координат наземных станций

Координаты наземных станций задаются в виде каталога, в котором содержатся координаты и скорости пункта в земной системе координат на определенную эпоху. Таким образом, для получения координат на текущую эпоху необходимо воспользоваться следующей формулой:

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r_0} + \boldsymbol{v}\left(t - t_0\right)$$

где $\boldsymbol{r}(t)$ - вектор положения на эпоху t, а $\boldsymbol{r}_0$ – вектор положения на эпоху t_0, $\boldsymbol{v}$ – вектор скорости.

Для получения точного положения станции, необходимо учесть смещения, вызванные приливными эффектами, к которым относятся смещения от твердотельного прилива, океанической нагрузки и полюсного прилива.

Вычисление смещений от твердотельного прилива

На первом этапе вычисляется вектор смещения для прилива степени 2 с использованием принятых значений числа Лява h_2 и числа Шида l_2 по формуле:

$$\Delta\vec{r} = \sum_{j=2}^{3} \frac{GM_j R_e^4}{GM_\oplus R_j^3}\left\{h_2 \hat{r}\left(\frac{3}{2}(\hat{R}_j \cdot \hat{r})^2 - \frac{1}{2}\right) + 3l_2(\hat{R}_j \cdot \hat{r})[\hat{R}_j - (\hat{R}_j \cdot \hat{r})\hat{r}]\right\},$$

GM_j = гравитационная постоянная Луны (j = 2) или Солнца (j = 3),

$GM_\oplus$ = гравитационная постоянная Земли,

$\hat{R}_j$, R_j= единичный вектор от геоцентра к Луне или Солнцу и расстояние до Луны или Солнца,

$\hat{r}$, r = единичный вектор от геоцентра к опорной точке антенна и его расстояние от геоцентра,

h_2, l_2 = принятое значение числа Лява и числа Шида степени 2.

Для более высокой точности вычислений выполняется исправление чисел Лява и Шида: учитывается их зависимость от широты, т.е. к значению h_2 добавляется член $h^{(2)} \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot sin2\varphi - \frac{1}{2}\right]$, где $h^{(2)} = -0{,}0006$. Аналогично к числу l_2 добавляется широтный член с коэффициентом $l^{(2)} = 0{,}0002$, что приводит к дополнительному смещению точки в касательной плоскости. Учет зависимости чисел от широты приводит к суммарному смещению, не превышающему 0,4 мм в радиальном и 0,2 мм в трансверсальном направлении.

Вычисление смещения точки вследствие приливов степени 3 выполняется с использованием чисел h_3 и l_3:

$$\Delta\vec{r} = \sum_{j=2}^{3}\frac{GM_jR_e^5}{GM_\oplus R_j^4}\left\{h_3\hat{r}\left(\frac{5}{2}(\hat{R}_j\cdot\hat{r})^3 - \frac{3}{2}(\hat{R}\cdot\hat{r})\right) + l_3\left(\frac{15}{2}\left(\hat{R}_j\cdot\hat{r}\right)^2 - \frac{3}{2}\right)[\hat{R}_j - (\hat{R}_j\cdot\hat{r})\hat{r}]\right\}$$

Здесь учитывается только вклад Луны, поскольку вклад Солнца пренебрежимо мал. Радиальное смещение из-за приливов степени 3 может достигать 1,7 мм, тогда как трансверсальное смещение всего 0,2 мм.

Учет вклада трансверсальных смещений члена $l^{(1)}$ определяется следующими формулами.

Вклад суточных приливов (с $l^{(1)} = 0{,}0012$):

$$\delta\vec{t} = -l^{(1)}sin\phi\sum_{j=2}^{3}\frac{GM_jR_e^4}{GM_\oplus R_j^3}P_2^1(sin\Phi_j)[sin\phi cos2(\lambda-\lambda_j)\hat{n} - cos2\phi sin(\lambda-\lambda_j)\hat{e}$$

Вклад полусуточных приливов (с $l^{(1)} = 0{,}0024$):

$$\delta\vec{t} = -\frac{1}{2}l^{(1)}sin\phi cos\phi\sum_{j=2}^{3}\frac{GM_jR_e^4}{GM_\oplus R_j^3}P_2^2(sin\Phi_j)[cos2(\lambda-\lambda_j)\hat{n} - sin\phi cos2\phi sin(\lambda-\lambda_j)\hat{e}]$$

Вклад компонент с $l^{(1)}$ в горизонтальное смещение из-за суточных и полусуточных приливов составляет примерно 0,8 мм и 1.0 мм соответственно.

В следующих уравнениях h^I и l^I являются мнимыми компонентами чисел $h_{2m}^{(o)}$ и $l_{2m}^{(o)}$.

Вклад суточных приливов δr в радиальную и $\delta\vec{t}$в трансверсальную часть (с $h^I = -0{,}0025$, $l^I = -0{,}0007$)

$$\delta r = -\frac{3}{4}h^I\sum_{j=2}^{3}\frac{GM_jR_e^4}{GM_\oplus R_j^3}sin2\Phi_j sin2\phi sin(\lambda-\lambda_j)$$

$$\delta\vec{t} = -\frac{3}{2}l^I\sum_{j=2}^{3}\frac{GM_jR_e^4}{GM_\oplus R_j^3}sin2\Phi_j[cos2\phi sin(\lambda-\lambda_j)\hat{n} + sin\phi cos(\lambda-\lambda_j)\hat{e}]$$

Вклад полусуточных приливов (с $h^I = -0{,}0022$, $l^I = -0{,}0007$):

$$\delta r = -\frac{3}{4}h^I\sum_{j=2}^{3}\frac{GM_jR_e^4}{GM_\oplus R_j^3}cos^2\Phi_j cos^2\phi sin2(\lambda-\lambda_j)$$

$$\delta\vec{t} = -\frac{3}{4}l^I\sum_{j=2}^{3}\frac{GM_jR_e^4}{GM_\oplus R_j^3}cos^2\Phi_j[sin2\phi sin2(\lambda-\lambda_j)\hat{n} - 2cos\phi cos2(\lambda-\lambda_j)\hat{e}]$$

На этапе 2 вычисляются поправки из-за частотной зависимости чисел Лява и Шида $h_{2m}^{(0)}$ и $l_{2m}^{(0)}$.

Вклад суточных приливов находится из выражений:

$$\delta r = [\delta R_f^{(ip)} sin(\theta_f + \lambda) + \delta R_f^{(op)} cos(\theta_f + \lambda)] sin2\phi$$

$$\delta\vec{t} = [\delta T_f^{(ip)} cos(\theta_f + \lambda) - \delta T_f^{(op)} sin(\theta_f + \lambda)] sin\phi\vec{e} +$$
$$+[\delta T_f^{(ip)} sin(\theta_f + \lambda) + \delta T_f^{(op)} cos(\theta_f + \lambda)] cos2\phi\vec{n}$$

где коэффициенты $\delta R_f^{(ip)}$, $\delta R_f^{(op)}$, $\delta T_f^{(ip)}$, $\delta T_f^{(op)}$ приводятся в Соглашениях IERS 2010.

Вклад долгопериодических приливов находится из выражений:

$$\delta r = \left(\frac{3}{2} sin^2\phi - \frac{1}{2}\right)(\delta R_f^{(ip)} cos\theta_f + \delta R_f^{(op)} sin\theta_f.$$

и

$$\delta\vec{t} = \left(\delta T_f^{(ip)} cos\theta_f + \delta T_f^{(op)} sin\theta_f\right) sin2\theta\vec{n}.$$

Суммирование вкладов всех компонентов определяет вектор смещения точки вследствие действия твердотельных приливов в системе топоцентрических координат.

Вычисление смещений от океанического прилива

Учет смещения опорной измерительной точки вследствие океанических приливов получается из оценки изменения приливообразующего потенциала, вызванного гравитационным взаимодействием Земли с Луной и Солнцем. Каждый из компонентов смещения (в радиальном, западном или южном направлении) опорной точки ΔC для конкретной точки и эпохи выражается по следующей формуле:

$$\Delta C = \sum_{k=1}^{N} f_{ck} A_{ck} cos(\chi_k(t)),$$

A_{ck} и ϕ_{ck} - амплитуды и фазы составляющих океанической нагрузки для конкретной станции;

N – количество учитываемых приливных волн (как правило, 11).

$\chi_k(t)$ – аргумент приливной волны, рассчитываемый по формуле:

$$\chi_k(t) = phase_k + t\, freq_k + \frac{t^2}{2} acc_k$$

где величины phase (фаза), freq (частота) и acc (ускорение) специфичны для каждой волны.

Значения A_{ck}, ϕ_{ck}, phase_k, acc_k и acc_k рассчитываются по глобальной модели океанов (например, FES2012).

Вычисление смещений от полюсного прилива

Деформации Земли, вызванные ее вращением, можно трактовать так же, как и приливы, если в качестве приливообразующего потенциала рассматривать центробежный.

В системе отсчета x, y, z, где ось z направлена вдоль средней оси вращения Земли, x – вдоль Гринвичского меридиана, y – дополняет систему до прямоугольной, мгновенная ориентация вектора вращения Земли описывается выражением:

$$\overline{\Omega} = \Omega_0[m_1\hat{x} + m_2\hat{y} + (1 + m_3)\hat{z}],$$

где Ω_0 - средняя угловая скорость вращения;

m_1 и m_2 - описывают движение полюса;

m_3 - описывает вариации скорости вращения Земли.

Центробежный потенциал, вызванный вращением Земли, в точке $\overline{r}$ описывается выражением:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{\Omega^2 r^2}{2} sin2\theta(m_1 cos\lambda + m_2 sin\lambda)$$

Член, связанный с m_3, опускается, так как эффект, вызывающий деформацию поверхности вследствие вариации скорости вращения Земли, оценивается величиной менее 1 мм.

Радиальное (S_r) и горизонтальные (S_θ и S_λ) смещения точки, положительные в радиальном, южных и восточных направлениях, соответственно, в топоцентрической системе координат, выражаются через центробежный потенциал V как:

$$S_r = h_2 \frac{V}{g},$$

$$S_\theta = \frac{l_2}{g} \partial_\theta V,$$

$$S_\lambda = \frac{l_2}{g} \frac{1}{sin\theta} \partial_\lambda V,$$

где h_2 и l_2 - числа Лява;

g – ускорение силы тяжести около поверхности Земли.

Величины m_1 и m_2 выражаются следующим образом:

$$m_1 = x_p - \overline{x_p}$$

$$m_2 = -(y_p - \overline{y_p})$$

где x_p и y_p — текущие координаты полюса, а $\overline{x_p}$ и $\overline{y_p}$ – средние положения оси вращения, вычисляемые по формулам (в единицах микросекунд дуги):

$$\overline{x_p}(t) = \sum_{i=0}^{3}(t - t_0)^i \times \overline{x_p}^i$$

$$\overline{y_p}(t) = \sum_{i=0}^{3}(t - t_0)^i \times \overline{y_p}^i$$

где t — астрономическая эпоха, t_0— эпоха 2000.0, а коэффициенты $\overline{x_p}^i$ и $\overline{y_p}^i$ даны в таблице 21:

Таблица 1 – Коэффициенты среднего полюса

	До 2010.0		**После 2010.0**	
i	$\overline{x_p}^i$	$\overline{y_p}^i$	$\overline{x_p}^i$	$\overline{y_p}^i$
0	55.974	346.346	23.513	358.891
1	1.8243	1.7896	7.6141	-0.6287
2	0.18413	-0.10729	0.0	0.0
3	0.007024	-0.000908	0.0	0.0